

# **KUMILEVYLAAKERIEN MITOITTAMINEN**

Matti V. Leskelä

**OULUN YLIOPISTO**

Raportti RTL 0105  
Versio 12.09.2009

**OULU 2009**

# KUMILEVYLAAKERIEN MITOITTAMINEN

## 1 Johdanto

Vahvistamattomia kumilevylaakereita käytetään yleisesti elementtien välisissä liitoksissa niveltoiminnan ylläpitämiseksi. Kumilevy voi tasata tukireaktion tietyllä jakaantumispinta-alalle ja sallia tuen kiertymisen nivelenä. Kumilevyn tarkoituksena on estää haitalliset muodonmuutokset ja paikalliset murtumat palkin ja pilarin päissä.

Kumilevyjen mitoittamisesta ei ole olemassa yhtenäisiä ja ajan tasalla olevia ohjeita ja olemassa olevat ohjeet eivät sisällä taustatietoja kumin mekaniikasta. Osittain tästä syystä kumilevyjen toimivuudessa on esiintynyt puutteita ja niitä käytetään osittain väärin uskomuksien perusteella.

Todellinen ongelma mitoittamisessa on kumin mekaanisten ominaisuuksien vaihtelevuus ja siitä aiheutuvat seurannaisvaikutukset. Oleellinen parametri kumiosissa on liukukerroin  $G$  ja sen riippuvuus kumin kovuudesta. Jos kumin kovuus vaihtelee  $\pm 10\%$ , liukukertoimen arvo vaihtelee  $\pm 25\%$ . Tällä on oleellinen vaikutus esimerkiksi kumilevyn kokoonpuristuvuuteen.

Tässä selvityksessä tarkastellaan ensin kirjallisuustutkimuksen avulla, millaisia ohjeita eri maissa on olemassa ja verrataan eri ohjeiden mukaisesti mitoitettujen kumilevyjen kuormitettavuutta. Sen jälkeen laaditaan yhtenäistetty ehdotus vahvistamattomien levyjen mitoittamiseksi.

Oleellinen kysymys on, voidaanko vahvistamattomia kumilevyjä käyttää vakioratkaisuna kaikenlaisten elementtien liitoksissa. Tätä kysymystä tarkastellaan selvityksen lopussa.

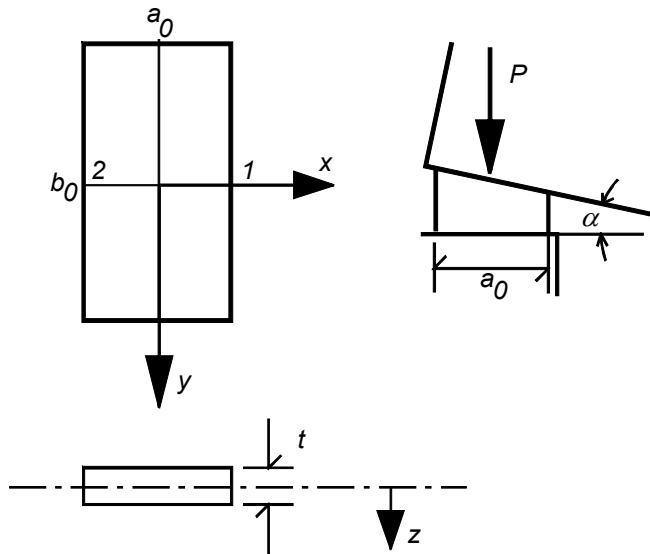
## 2 KIRJALLISUUSTUTKIMUS

Kirjallisuustutkimuksella selvitettiin, onko olemassa valmiita ja todellisuuden kanssa hyvin yhteensopivia mitoitusmenetelmiä raudoittamattomien kumilevyjen suunnittelua varten. Suomessa ei ole käytössä yhtään virallista ohjetta ja suomalaisissa lähteissä olevat ohjeet sekä niiden tausta on epäselvä. Käsikirjan by210 ensimmäiseen painokseen sisällytetyt käyrät, jotka perustuvat Daveyn ja Paynen käsikirjassa [1] olevaan kumin kokoonpuristumismalliin, ovat osoittautuneet käytännössä toimimattomiksi: ne yliarvioivat kumilevyn jäykkyyttä ja johtavat paksuihin levyihin, joissa pullistuman vaikutukset voivat olla huomattavia.

Lähdeluettelossa olevista julkaisuista selviää, että kumi on epähomogeeninen ja epälineaarinen materiaali, jonka ominaisuuksia ei ole voitu kuva yksikäsitteisesti ja yksinkertaisilla laskentamenetelmillä. Elementtimenetelmän käyttöön soveltuvat kumin konstitutiiviset mallit eivät voi toimia mitoituksessa, jossa halutaan pienellä tarkastelulla nopea ja luotettava tieto kuormituksesta levyyn syntyvistä rasituksista.

Kumilevylaakereiden mitoittamisessa ei ole olemassa standardisoituja menetelmiä eikä edes standardisoitua symboliikkaa. Tässä selvityksessä käytetään lähdemateriaalissa esiintyvää symboliikkaa, joka on joiltakin osin yleisesti käytössä kimmo- ja lujuusopin osissa.

## 2.1 Käytetyt merkinnät ja koordinaatistot



**Kuva 1:**

Kumilevyn sivumitta on  $a_0$  jänteen suunnassa ja  $b_0$  kohtisuorassa suunnassa. Yleensä  $a_0 < b_0$ . Kumilevyn nimellispaksuus  $= t$  ja koordinaatti paksuussuunnassa on  $z$ .  $x$  = rakenteen pituussuunta. Rakenteen taipumasta aiheutuva kiertymäkulma tuella on  $\alpha$  = levyn yläpinnan tason oletettu kallistuma vaakatasoon nähden.

## 2.2 Mitoituksessa tarkasteltavat muodonmuutokset

Kumimateriaalit ovat tilavuudeltaan lähes kokoonpuristumattomia, mikä likimääräisesti tarkoittaa, että kimmokerroin  $E = 3G$ , koska suppeumaluku  $\nu = 0,5$ . Samalla tilavuuskerroin  $K = E/(3 - 6\nu)$  menee äärettömäksi, jos kumin tilavuus olisi ideaalisesti muuttumaton kuormituksesta riippumatta. Suppeumaluku ei ole tarkasti 0,5, mutta hyvin lähellä sitä ja pienetkin muutokset vaikuttavat kumilevyn ominaisuuksiin.

Kumin muodonmuutokset ovat epälineaarisia ja lukuisia teorioita on esitetty muodonmuutoksien ja kuormitusten riippuvuudesta. Yleinen ongelma on, että kumin ominaisuudet vaihtelevat ja teorat ovat osittain tai kokonaan empiirisiä, minkä vuoksi teorioiden osuvuus on rajallinen. Lisäksi kumin ominaisuudet riippuvat käyttölämpötilasta ja kumin kuormitushistoriasta. Yleensä katsotaan, että kumin kovuus kasvaa kuormitusten mukana.

Tilavuuden pienenemättömyydestä seuraa että kumilevyn puristuessa paksuussuunnassa (kokoonpuristuma  $\Delta_c$ ) tapahtuu kumilevyn vapailla pystypinnoilla ulospäin pullistumista (kuva 2), joka on seurausta levyn sisällä tapahtuvista leikkausmuodonmuutoksista  $\gamma_c$ . Samalla syntyy levyn tasossa ja pystysuorissa tasoissa leikkausjännityksiä  $\tau_c$ , joita yleensä ei tarvitse tarkastella materiaaleissa, joiden suppeumaluku on pieni.

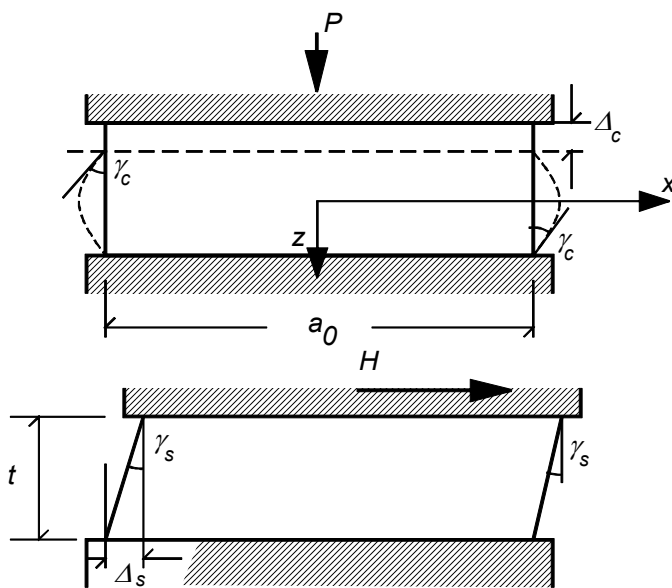
Kokoonpuristuman  $\Delta_c$  lisäksi kontaktipinnoissa syntyy liukumaa ja  $\Delta_c$ :n suuruus riippuu myös siitä, kuinka paljon kumilevy pääsee liukumaan kuormittavissa kontaktipinnoissa. Helpoin, mutta ei oikea tapa on olettaa kontaktipinta liukumattomaksi, ts. pinnan kitkavoima oletetaan äärettömäksi. Joissakin ohjeissa otetaan huomioon, että kitkavoima ei riitä estämään luistamista.

Laakerina toimivan kumilevyn tehtävänä on taata puristavan tukireaktion  $P$  tasainen jakaantuminen tukipinnalle, mahdollistaa rakenteen tuen kiertymä  $\alpha$  (kuva 1) ja

lisäksi sallia vaakasuoran kuorman  $H$  edellyttämä liike  $\Delta_s$  tuettavan rakenteen päässä (kuva 2).

Staatteisesti kuormitetuilta laakereilta ei edellytetä niin suurta muodonmuutoksien ja jännityksien rajoittamista kuin siltalaakereilta, joissa kumin väsyminen on otettava huomioon.

Rakennuselementtien välisissä liitoksissa käytettävät raudoittamattomat yksikerroksiset kumilevyt ajatellaan useimmiten vain tukireaktion painetta tasaisemmin jakavana komponenttina. Toimivuudessa on esiintynyt ongelmia painuman  $\Delta_c$  suuruudessa ja laakerin ryömimisessä (vaakakuormien suuruuden vaihtelun vuoksi levy liikkuu vähitellen), joka selvästi viittaa pieneen kitkaan.



**Kuva 2:**

Kokoonpuristuma tai painuma  $\Delta_c$  ja leikkausmuodonmuutos  $\gamma_c$  kuormasta  $P$

Leikkaussiirtymä  $\Delta_s$  ja leikkausmuodonmuutos  $\gamma_s$  vaakakuormasta  $H$

### 2.3 Kumilaakerin muotoluku $S$

Muotoluku  $S$  määritellään yleisesti suhteena  $S = \frac{A_L}{A_B}$ , missä  $A_L$  on laakerin kuormitettu pinta-ala ja  $A_B$  on vapaasti pullistumaan pääsevän sivupinnan kokonaisala. Suorakaidelevyissä  $a_0 \times b_0 \times t$  muotoluku on ( $A_L = a_0 b_0$ ,  $A_B = 2t(a_0 + b_0)$ )

$$S = \frac{a_0 b_0}{2t(a_0 + b_0)} \quad (1)$$

Kumilevyn ominaisuuksia luokitellaan muotoluvun suuruuden perusteella.

### 2.4 Jännitystilat kumilevyssä

Jännitykset  $\sigma(x, y, z)$  vaihtelevat kumilevyn eri kohdissa  $(x, y, z)$  [2], mutta jännitystilojen edustajina käytetään keskimääräistä puristusjännitystä  $\sigma_c = P/A$  ja leikkausjännitystä  $\tau_s = H/A$ ,  $A = a_0 b_0$ . Tämän lisäksi tarkastellaan pystykuorman ja levyn kiertymäkulman vaikutuksesta syntyvästä pullistumasta aiheutuvia

leikkausjännityksiä  $\tau_c$  ja  $\tau_r$  sekä vastaavia leikkausmuodonmuutoksia  $\gamma_c$  ja  $\gamma_r$ , joiden maksimi-arvot perustuvat analyyttiseen teoriaan [2].

## 2.5 Staattisten ja dynaamisten kuormitusten vaikutukset

Kumin jäykkyys staattisissa kuormituksissa on huomattavan erilainen kuin dynaamisissa. Kumin ominaisuudet ovat aikariippuvia samalla tavoin kuin eräissä muissakin viskoosia käyttäytymistä omaavissa materiaaleissa. Nopeissa ja lyhytaikaisissa kuormituksissa kumin jäykkyys on paljon suurempi kuin staattisissa ja pitkäaikaisissa. Kumi myös viruu huomattavasti, mutta tätä ominaisuutta ei yleensä tuoda esille, vaikka sillä on suuri vaikutus todellisten muodonmuutosten kannalta (taulukko 1).

Kovuudesta  $h$  (ShoreA) riippuvana kumin liukukerroin voidaan laskea lausekkeesta  $G(h) = 0,07 \times 1,045^h$ . Tämä lauseke on muunnos lähdekirjoituksessa [4] olleesta kaavasta ja sen antamat arvot sopivat taulukon 1 mukaiseen vaihteluväliin [5].

**Taulukko 1: Keskimääräiset kumin materiaaliominaisuudet**

Kumin kovuus $h$ (Shore A)	50	60	70
Liukukerroin $G$ 20 asteessa, MPa	0,6 .. 0,77	0,85 .. 1,1	1,2 .. 1,8
Pitkäaikainen painumalisä (25 vuotta), % hetkellisestä painumasta	25 %	35 %	45 %
kerroin $k_r(h)$ eri funktioissa	0,75	0,60	0,55

## 3 SUUNNITTELUOHJEET

Eri yhteyksissä käytettävät suunnitteluohjeet vaihtelevat ja samoin suunnittelua määrittävät parametrit, joiden avulla mitoitus ohjataan. Suunnittelussa käytetään osittain analyyttisestä kimmo-opista johdettuja jännitystarkasteluja, mutta enimmäkseen insinööritieteisiin perustuvia yksinkertaisia pienten muodonmuutosten kimmoteorian mukaisia malleja, joihin saattaa kuulua empiirisiä korjausparametreja, koska muodonmuutokset eivät todellisuudessa ole pieniä.

Silloissa käytettävien raudoitettujen kumilaakerien suunnitteluun on olemassa erilaiset ohjeet kuin yksinkertaisille raudoittamattomille kumilevyille.

Suurin osa suunnitteluohjeista on lähtökohtaisesti dynaamisesti kuormitetuille siltalaakereille tarkoitettuja ja näistä on poimittu soveltuvia osia staattisesti kuormitettujen kumilevyjen mitoittamiseen.

Yhteenvetona tarkastellaan yleisimpiä eri puolilla maailmaa käytössä olevia ohjeita ja niiden sisältöä. Tarkastelussa ovat mukana UIC 772R, BE 1/76, AASHTO ja Runko-BES ohjeet.

### 3.1 UIC 772R (International Union of Railways)

Ohjeet sisältävät mallin myös raudoittamattoman kumilevy-laakerin kokoonpuristumalle ja leikkausmuodonmuutoksille. Mitoitusehdot esitetään leikkausjännityksinä ja niiden ylärajana, joka erilaisista kuormituksista saa syntyä.

- Merkinnoissä esiintyvät alaindeksit 'p' = pysyvät kuormat, 'd' = dynaamiset kuormat tai muuttuvat kuormat. Tarkasteltavat siirtymät ovat nimellisiä,  $d_c$  = nimellinen kokoonpuristuma (vastaa kokoonpuristumaa  $\Delta_c$ ),  $d_s$  = nimellinen leikkaussiirtymä (vastaa leikkaussiirtymää  $\Delta_s$ ).
- Leikkausjännitys  $\tau_c$  pystykuormista  $P$ :  $\tau_c = \frac{1,5(P_p + 1,5P_d)}{SA_{re}}$ ,  $A_{re} = (a_0 - d_s)b_0$ .
- Leikkausjännitys  $\tau_s$  vaakasiirtymistä  $d_{sd}$  ja  $d_{sp}$ :  $\tau_s = 2G \frac{d_{sd}}{t} + G \frac{d_{sp}}{t}$ .
- Kokoonpuristuma raudoittamattomissa laakereissa  $\varepsilon_c = \frac{\sigma_c}{10GS + 2\sigma_c}$ ;  $\sigma_c \leq 2GS$
- Leikkausjännitys  $\tau_r$  laakerissa tapahtuvasta kiertymästä  $\alpha$  raudoitetun laakerin kerroksessa  $t_i$ :  $\tau_r = \frac{Ga_0^2}{2t_i T} (\tan \alpha_p + 1,5 \tan \alpha_d)$ ;  $T = \sum_i t_i$ .
- Suurin kokonaiskiertymäkulma (kuva 1)  $\alpha = \tan \alpha_p + 1,5 \tan \alpha_d \leq \frac{6d_c}{a_0}$ , kun  $d_c$  on kumin nimellinen kokoonpuristuma ja  $a_0$  on levyn sivumitta jänteen suunnassa. Yksinkertaisessa kumilevyssä sallitaan kiertymäkulma  $\alpha \leq \frac{2d_c}{a_0}$  ja sitä vastaava leikkausjännitys on  $\tau_r = 0,15G \frac{a_0}{t}$ .
- Leikkausjännityksien mitoitusehto  $\tau_c + \tau_s + \tau_r \leq 5G$  perustuu kokeissa tehtyyn havaintoon, ettei väsymismurtumia syntynyt jos kyseinen ehto oli voimassa.
- Liukumattomuusvaatimus:  $\sigma_c \geq 1 + \frac{a_0}{b_0}$  MPa.

### 3.2 BE 1/76 (Englanti)

BE 1/76 on laajimmin käytetty mitoitusohje maailmassa: UK, Australia, Eurooppa ja Aasia. Staattisia ja dynaamisia vaikutuksia ei tarkastella erikseen. Merkintöinä muodonmuutoksille käytetään  $d_c$  ja  $d_s$ , kuten UIC 772R tapauksessa.

- Kuormituksesta  $P_k$ ,  $H_k$  aiheutuu samanaikaiset leikkausmuodonmuutokset  $\gamma_s = d_s/t$  leikkausvoimasta  $H_k$  ja  $\gamma_c = 2S \frac{P_k}{A_{re} G(1 + 2k_r S^2)}$  pystykuormasta  $P_k$ . Kerroin  $k_r$  on kumin kovuudesta  $h$  riippuva (taulukko 1), levyn tehollinen ala  $A_{re} = b_0(a_0 - d_s)$ . Mitoitusehto  $\gamma_c + \gamma_s \leq \eta EB$  ei sisällä ollenkaan levyn pintojen välisen kiertymäkulman vaikutusta.  $EB$  = kumin murtopitenemä (yleensä 300 ... 400 %, max 600 %) ja  $\eta$  on kuormatyypistä riippuva kerroin = 1/3 tai 1/2. Jos  $\eta = 1/2$ ,  $\eta EB = 2,5$ . Tämä on kohtalaisen epämääräinen arvo.

- Liukumattomuusvaatimus:  $\sigma_c > \frac{3H}{A}$  ( $\Leftrightarrow P_k > 3H_k$ ).

### 3.3 AASHTO (USA)

Ohjeet koskevat lähinnä siltalaakereita. Niitä on kehitetty mm. UIC:n ja BE:n ohjeiden perusteella sekä amerikkalaisten omaan tutkimukseen vertaamalla.

- Jännitys  $\sigma_c \leq \min\{GS/\beta, 7 \text{ MPa}\}$ ;  $\beta = 1,8$ . Jännityksen rajoittaminen koskee lähinnä siltalaakereita.
- Kokoonpuristuma  $d_c = \varepsilon_c t$  perustuu kokeisiin ja niiden perusteella laadittuihin käyriin, jotka esitetään muotoluvusta  $S$  riippuvana. Koetulokset ja niiden vastaavuus todellisuuteen riippuvat kokeen toteuttamistavasta.
- Viruman (pitkäaikaispuristuman) vaikutus lisätään lyhytaikaispuristumaan (taulukko 1: viruman suuruus riippuu kumin kovuudesta).
- Kumilevyn pintojen välisen kiertymäkulman (kuva 1) rajaehto on  $\alpha \leq 2d_c/a_0$ .
- Kumilevyn suurin leikkausmuodonmuutos  $d_s \leq t/2$  ja leikkautumisessa kehittyvä keskimääräinen leikkausjännitys  $\tau_s = G \frac{d_s}{t}$ .
- Yhdistetty puristuman  $d_c$  ja kiertymäkulman  $\alpha$  vaikutus:  $\sigma_c \leq \frac{1,66GS}{1 + \frac{a_0\alpha}{4d_c}}$ .

### 3.4 Runko-BES

Runko-BES [7] sisältää tasaavan neopreenilevyn ja neopreenilaakerin mitoituksen, jotka perustuvat Ruotsin tie- ja vesirakennushallituksen menetelmään. Kaavoihin sisältyy epätarkkoina käyriä esitettyjä kertoimia, joiden perusteet löytyvät kuitenkin lähdekirjoituksesta [2].

- $\sigma_c \leq 10 \text{ MPa}$ ,  $d_c \leq 3 \text{ mm}$  kokonaiskuormasta ja  $d_c \leq 1,5 \text{ mm}$  muuttuvasta kuormasta.
- Suhteellinen kokoonpuristuma saa olla enintään:  $\varepsilon_c \leq 0,15$  ja  $\varepsilon_c = C_t \frac{P_k}{GA} \left(\frac{t}{a_0}\right)^2$ ,

missä kerroin  $C_t$  on levyn sivumittojen  $a_0$  ja  $b_0$  funktio:

$$C_t(a_0, b_0) = \frac{\pi^4}{96 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k-1)^4} \left( 1 - \frac{2}{(2k-1)\pi} \frac{a_0}{b_0} \tanh\left(\frac{(2k-1)\pi b_0}{2a_0}\right) \right)}$$

- Suurin leikkausjännitys puristavasta kuormasta on  $\tau_c = C_p \frac{t}{a_0} \frac{P_k}{A}$ . Kerroin  $C_p$  on levyn sivumittojen  $a_0$  ja  $b_0$  funktio,  $C_p = C_t C_{p2}$ :

$$C_{p2}(a_0, b_0) = \frac{24}{\pi^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k-1}}{(2k-1)^2} \left( 1 - \frac{1}{\cosh(2k-1) \frac{\pi b_0}{2 a_0}} \right) \sin(2k-1) \frac{\pi}{2}$$

- Vaakakuorman  $H$  aiheuttama keskimääräinen leikkausjännitys:  $\tau_s = \frac{H}{A}$  ja  $\tan \gamma_s = \frac{\tau_s}{G}$ . Lyhytaikaisista kuormista aiheutuva kulmanmuutos  $\tan \gamma_s \leq 0,3$  ja kaikista vaikutuksista, mukaan lukien tuettavan rakenteen esijännitys, viruma, kutistuma ja lämpöliikkeet, aiheutuva kulmanmuutos  $\tan \gamma_s \leq 0,7$ .

- Levyn pintojen välisestä kiertymäkulmasta  $\alpha$  aiheutuva suurin leikkausjännitys  $\tau_r$  lasketaan kaavasta:  $\tau_r = C_\alpha \frac{G}{2} \left( \frac{a_0}{t} \right)^2 \alpha$ , missä kerroin  $C_\alpha$  on levyn sivumittojen  $a_0$

$$\text{ja } b_0 \text{ funktio: } C_\alpha(a_0, b_0) = \frac{3}{\pi^2} \left( \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 \cosh \frac{n\pi b_0}{a_0}} \right)$$

- Puristavan voiman ja kiertymän aiheuttamien leikkausjännityksien summa saa olla enintään  $\tau_c + \tau_r \leq 2,5 \text{ MPa}$ . Tapauksesta riippumatta tulisi ottaa huomioon kiertymäkulma, joka on vähintään  $\alpha \geq 0,01 \text{ rad}$  [2]. Tämä vaatimus ei sisälly runko-BES:iin, mutta se on otettu mukaan seuraavissa tarkasteluissa ja vaikuttaa mitoittamiseen oleellisesti.

### 3.5 Erot lopputuloksessa mitoitettaessa eri ohjeiden mukaisesti

Tarkastellaan esimerkkinä eri ohjeiden mukaisesti mitoitettavaa kumilevyä, jonka kovuus on  $h = 60 \text{ ShoreA}$ . Levyn mitat ovat  $a_0 \times b_0 \times t = 100 \times 300 \times 8$ . Tämä levy valittiin tarkasteltavaksi sen vuoksi, että vastaavalla levyllä tehtiin kuormituskokeita todellisen käyttäytymisen selvittämiseksi. Arvioidaan eri ohjeiden mukaisesti levyn suurin ominaiskuorma  $P_k$  (kumilevyn sallittu kokonaiskuorma) ja sitä vastaava painuma  $\Delta_c$ . Oletetaan, että pysyvän kuorman osuus on 80 % kokonaiskuormasta. Kumin liukukertoimena käytetään  $G(60) = 1 \text{ MPa}$  (taulukko 1).

#### UIC 772R

- Jos ei tarkastella  $\Delta_s$ :n vaikutusta,  $A_{re} = A$ .
- Keskimääräinen puristusjännitys  $\sigma_c \leq 2GS$ :  $S = \frac{100 \times 300}{2 \times 8(100 + 300)} = 4,7 \rightarrow$   
 $P_k \leq 2GAS = 2 \times 1 \times 100 \times 300 \times 4,7 = 282 \text{ kN}$ ;  $P_p = 0,8P_k$  ja  $P_d = 0,2P_k$



- Leikkausjännitys kuormasta  $P_k$ :  $\tau_c = \frac{1,5(0,8P_k + 1,5 \times 0,2P_k)}{SA_{re}} = \frac{1,65P_k}{SA_{re}}$
  - Leikkausjännitys kiertymäkulmasta  $\alpha$ :  $\tau_r = 0,15G \frac{a_0}{t} = 1,88 \text{ MPa}$
  - Leikkausjännitysten mitoitusehto:  $\tau_c + \tau_r \leq 5G \leftrightarrow P_k \leq (5G - \tau_r) \frac{SA}{1,65} = 266,6 \text{ kN}$
  - Levyn kokoonpuristuma kuormasta  $P_k$ : ( $\leftrightarrow \sigma_c = \frac{(5G - \tau_r)S}{1,65} = \frac{3,12S}{1,65} = 8,9 \text{ MPa}$ ).
- Mitoitusehto  $d_c \leq 0,15t$ ;  $d_c = \varepsilon_c t = \frac{t\sigma_c}{10GS + 2\sigma_c} = \frac{8,9t}{10GS + 2 \times 8,9} = 0,137t < 0,15t$
- OK, eli kokoonpuristuma ei rajoita  $P_k$ :n suuruutta.
- Laakerin liukumattomuusvaatimus toteutuu:  $\sigma_c \geq 1 + \frac{a_0}{b_0} \text{ MPa} \leftrightarrow 8,9 > 1 + \frac{100}{300}$
  - $\Rightarrow P_k$  perustuu leikkausjännitysten ehtoon ja on  $266,6 \text{ kN}$

### BE 1/76

- Pystykuorman rajoittaminen esitetään leikkausmuodonmuutosehtona  $\gamma_c < 2,5$ :  
 $\gamma_c = 2S \frac{P_k}{A} \frac{1}{G(1 + 2k_r S^2)} \leq 2,5$ , missä  $k_r = 0,6$  kun  $h = 60 \text{ ShoreA}$ . Tästä  
 $P_k \leq \frac{2,5(1 + 2k_r S^2)}{2S} GA = \frac{2,5(1 + 2 \times 0,6 \times 4,7^2)}{2 \times 4,7} GA = 7,31GA = 219,2 \text{ kN}$
- Kokoonpuristuma  $\Delta_c \leq 0,1t$  ei ole tässä tapauksessa määräävä. Suhteellinen kokoonpuristuma  $\varepsilon_c = \Delta_c/t < 0,1$  ja  $\varepsilon_c = \frac{P_k}{3GA(1 + 2k_r S^2)}$ . Jos tätä käytetään maksimikuorman ehtona, saadaan  $P_k \leq 247,3 \text{ kN}$ .
- $P_k = 219,2 \text{ kN}$  on BE 1/76 mukaan määräävä.

### Runko-BES

- Keskimääräinen jännitys  $\frac{P_k}{A} \leq 10 \text{ MPa} \rightarrow P_k \leq 300 \text{ kN}$  (Jännitystä  $7 \text{ MPa}$  vastaa  $P_k = 210 \text{ kN}$ ). Levyn muotoluku on  $S = 4,7$ : jännitys  $7 \text{ MPa}$  on samanarvoinen kuin  $1,5GS$  ja  $10 \text{ MPa}$  samanarvoinen kuin  $2,13GS$ .
- Suhteellisen kokoonpuristuman rajoittaminen:  $\varepsilon_c \leq 0,15$  ja  $\varepsilon_c = C_t \frac{P_k}{GA} \left( \frac{t}{a_0} \right)^2$ ;  
 BES:n [7] kuvan perusteella  $C_t = 1,1$  kun  $b_0/a_0 = 3$ , mutta tarkempi arvo voidaan laskea aiemmin esitetystä lausekkeesta  $\leftrightarrow C_t = 1,266$

$$P_k \leq \frac{0,15GA}{C_t} \left( \frac{a_0}{t} \right)^2 = \frac{0,15 \times 1 \times 100 \times 300}{1,266} \left( \frac{100}{8} \right)^2 = 555,4 \text{ kN}. \text{ Tämä on selvästi liian suuri arvo.}$$

- Jos suhteellisen kokoonpuristuman ehtona käytetään  $\varepsilon_c \leq 0,1$  kuten BE 1/76:ssa, saadaan  $P_k \leq 255 \text{ kN}$

- Leikkausjännitys puristavasta kuormasta  $\tau_c = C_p \frac{t}{a_0} \frac{P_k}{A}$ . Jos lisäksi otetaan huomioon kiertymä  $\alpha = 0,01$  [2] ja siitä aiheutuva leikkausjännitys

$$\tau_r = 0,01 C_\alpha \frac{G}{2} \left( \frac{a_0}{t} \right)^2, \text{ saadaan ehdosta } \tau_c + \tau_r \leq 2,5 P_k\text{:n alaraja. Leikkaus-}$$

jännityksien lausekkeissa kertoimet  $C_p = 3,7$  ja  $C_\alpha = 0,49$  kun  $b_0/a_0 = 3$  ja leikkausjännityksien rajaehdosta voidaan laskea  $P_k$ :n alaraja

$$P_k \leq (2,5 - \tau_r) \frac{A}{C_p} \frac{a_0}{t} = (2,5 - 0,38) \frac{100 \times 300}{3,7} \frac{100}{8} = 214,3 \text{ kN}. \text{ Tämä on määräävä}$$

arvo, kun otetaan huomioon kiertymän tarkastelun vaatimus, jota ei ole runko-BES:ssa mukana, mutta se on esillä lähteessä, johon ruotsalainen menetelmä perustuu. Jos jännityksen  $\tau_r$  vaikutusta ei oteta huomioon,  $P_k \leq 253,3 \text{ kN}$ .

### 3.5.1 Yhteenveto

BE 1/76 ja runko-BES tuottavat samaa suuruusluokkaa olevan maksimikuorman  $P_k$  tarkastellussa tapauksessa ja UIC 772R selvästi suuremman. Kaikissa tapauksissa  $P_k$ :n määrätymisperuste on sama, leikkausjännityksien rajaehto.

### 3.5.2 Huomautukset

Painumaehdot, jotka esitetään keskimääräisen jännityksen tai näennäisen painuman  $d_c$  suhteen eivät anna todellista kuvaa levyn jäykkyydestä, vaan kokoonpuristumat  $\Delta_c$  ovat paljon suurempia kuin mitoituslausekkeista lasketut arvot  $d_c$ . Tämä havaittiin kuormitettaessa erimuotoisia ja paksuisia kumilevyjä. Sen vuoksi pyrittiin etsimään sellainen kokoonpuristumismalli, joka kuvaisi levyjen painumista todellisemmin.

### 3.5.3 Kumilevyjen kuormituskokeet

4 - 12 mm paksuisia kumilevyjä 60 ShoreA kuormitettiin tasaisella kuormalla säätämällä kitkaa kumin kontaktipinnoissa erilaisilla materiaaleilla:

- karkeudeltaan P40 oleva hiomapaperi
- karkeudeltaan P80 oleva hiomapaperi
- perforoitu ohutlevy 0,7 mm

Kumilevyjen todellinen kovuus todettiin aluksi mittaamalla levyn eri pisteistä pintakovuusmittarilla. Kaikki levyt olivat nimelliskovuudeltaan 60 ShoreA, mutta mitattuna todettiin, että paksuimmat levyt olivat 70 ShoreA ja ohuimmat alle 60

ShoreA. Odotetusti paksuimmat levyt luistavat eniten kontaktipinnoissaan ja vastaavasti niissä luistamista ei voi hallita kunnolla minkäänlaisella kitkapinnan järjestelyllä.

Parhaiten teoriaa vastaa 8 mm ja sitä ohuempien levyjen käyttäytyminen, mikä viittaa siihen, että tätä paksuutta tulee käyttää ensisijaisesti.

Vähäisen kitkan vaikutus näkyy runsaana luistamisena ja levyn painumisena jo pienillä kuormilla. Sen sijaan selvästi kitkallisissa pinnoissa kitkan kasvattaminen ei oleellisesti parantanut levyn jäykkyyttä, vaan jokaisessa tapauksessa levy luisti huomattavasti pitkällä reunoillaan. Kun 8 mm levyissä kokoonpuristuma oli 2,5 mm, luisto oli 6,5 mm kummallakin pitkällä reunalla. Hajonta tuloksissa on huomattava. Siitä esimerkkinä ovat alla olevat tyypilliset tulokset:

- Levy 100 x 300 x 8:  $\Delta_c = 1,5$  mm vastaa kuormaa 200 .. 300 kN, k.a. 250 kN
- Levy 150 x 300 x 8:  $\Delta_c = 1,5$  mm vastaa kuormaa 200 .. 260 kN, k.a. 230 kN

### 3.6 Suomessa laakereina käytettävät kumilevyt

- Suomessa kumintoimittajien kumilevyjen kovuudet (ShoreA) vaihtelevat huomattavasti, mutta kumilevyjen toimittajat myyvät itse asiassa keskimääräistä kumin kovuutta 60 ShoreA. Kokeiden ja mittauksien perusteella todettiin, että kumin kovuus kokeita varten tilatuissa kumierissä kasvoi kumin paksuuden kasvaessa. Suurimmat kokeissa käytetyt nimelliset levypaksuudet olivat 12 mm.
- Eräissä lähteissä ei lainkaan kiinnitetä huomiota kumin virumiseen, joka vaihtelee lisäksi kumin kovuudesta riippuen (taulukko 1). Kuitenkin pitkäaikaiset kokoonpuristumat ovat merkittävästi suurempia kuin lyhytaikaisen kuormituksen aiheuttamat. Kokeissa havaittiin, että virumista tapahtui huomattavasti jo 5 minuutin vakiokuormituksen aikana. Viruminen riippuu myös reunaehdoista levyjen kontaktipinnoissa. Samoin kokoonpuristuminen ja muodonmuutokset ovat reunaehdoista merkittävästi riippuvia: kitka ja luistaminen/luistamattomuus kontaktipinnoissa määrittelevät itse asiassa eniten levyn painumaa.

## 4 KOKEISIIN JA KIRJALLISUUSTUTKIMUKSEEN PERUSTUVA MITOITUSMALLI

Kohtina 4 ... 9 alla esitettävä mitoitusmalli ja sen ehdot on koottu eri ohjeissa esitetyistä vaatimuksista vertaamalla niitä kokeissa todettuun toimintaan (nimellinen ja todellinen puristuma pystykuormasta, eri kuormista aiheutuvien leikkausjännityksien rajaehto).

1. Kumin liukukerroin lyhytaikaisessa kuormituksessa on ShoreA-kovuuden  $h$  funktio:  $G(h) = 0,07 \times 1,045^h$ . Kovuutta  $h = 60$  vastaavana liukukertoimena voidaan käyttää  $G(60) = 1$  MPa. Kovuutta  $h = 55$  vastaava liukukerroin on  $G(55) = 0,8$  MPa.
2. Kumilevyn mitat:  $a_0$  = levyn pienempi sivumitta,  $b_0$  = levyn suurempi sivumitta,  $t$  = levyn paksuus. Kumilevyn muotoluku on  $S = \frac{a_0 b_0}{2t(a_0 + b_0)}$ . Levyn nimellispinta-ala

3.  $P$  = laakeriin kohdistuva pystyreaktio,  $H$  = laakeriin kohdistuva vaakareaktio. Tuen kiertymäkulma  $\alpha$  vaikuttaa muodostuvaan jännitystilaan ja otetaan huomioon levyn kuormitettavuutta arvioitaessa.

4. Keskimääräinen puristusjännitys  $\sigma_c = P/A$ , ja mitoitusehto ominaiskuormien vaikuttaessa on  $P_k \leq 2G(h)AS$ , jos tapaukseen ei liity kiertymää.

5. Samanaikaisen nimellisen puristuman  $d_c = \varepsilon_c t$  ja kiertymäkulman  $\alpha$  vaikutus: Nimellinen puristuma on  $d_c = \frac{t\sigma_c}{10GS + 2\sigma_c} \leq 0,15t$ . Tämä ehto voidaan muuttaa

muotoon  $P_k \leq 2,14G(h)AS$ , eli se ei ole määräävä. Lisäksi tarkistetaan, että tukireaktion kokonaisarvo toteuttaa ehdon  $P_k \leq \frac{2G(h)AS}{1 + \frac{a_0\alpha}{4d_c}}$ , kun tuen

kiertymäkulma on  $\alpha$ . Elementtipalkkien tuilla otetaan aina huomioon kiertymä, jonka suuruus on vähintään  $\alpha = 0,01$  rad. Tukireaktion tarkistusehtona voidaan silloin käyttää rajaa  $P_k \leq \frac{2G(h)AS}{1 + 0,017 \frac{a_0}{t}}$ , mikä on aina pienempi kuin  $2G(h)AS$ ,

koska lausekkeen nimittäjä on suurempi kuin 1.

6. Leikkausjännityksien rajoittaminen:  $\tau_c + \tau_r \leq 2,5G$ , missä  $\tau_c = C_p \frac{t}{a_0} \frac{P_k}{A}$  ja

$\tau_r = \alpha C_\alpha \frac{G}{2} \left( \frac{a_0}{t} \right)^2 = 0,005 C_\alpha G \left( \frac{a_0}{t} \right)^2$ . Kertoimien  $C_p$  ja  $C_\alpha$  arvot esitetään taulukkona 2.

7. Vaakasiirtymistä ja vaakavoimasta  $H_k$  aiheutuva kokonaisleikkausmuodonmuutos  $\gamma_{max} \leq 0,7$  ja vastaava pintojen välinen suurin vaakasiirtymä  $\Delta_s \leq 0,7t$ .  $\gamma_s = \frac{H_k}{GA}$  ja

$\gamma_{max} = \gamma_L + \gamma_s$ , missä  $\gamma_L$  = tuettavan rakenteen alapinnan vaakasiirtymistä (pituuden muutos esijännityksestä, virumasta, kutistumasta ja lämpötilojen muutoksesta) aiheutuva leikkausmuodonmuutos.

8. Levyn liukumattomuusehto (kitkan riittävyys estämään vaakavoiman  $H_k$  aiheuttama merkittävä liukuma kontaktipinnoissa): tukeutuvan rakenteen oman painon ominaistukireaktion  $P_{gk}$  perusteella vaaditaan, että  $P_{gk} \geq 7H_k - 4GA$  tai  $H_k \leq (P_{gk} + 4GA)/7$  ja aina  $H_k \leq 0,4P_{gk}$ . Tämä ehto perustuu siihen, että kitkakerroin pienenee, kun pystysuora kuorma  $P$  kasvaa [13]. Kitkakerroin  $\mu$  suuruus voidaan esittää kuorman  $P$  funktiona muodossa  $\mu = \frac{1}{7} \left( 1 + 4 \frac{GA}{P} \right) \leq 0,4$ .

9. Tarvittaessa kuorman  $P$  aiheuttama välitön todellinen kokoonpuristuma tarkistetaan lausekkeesta:  $\Delta_c = \frac{tk_{slip}P}{8G_r(h)AS + 2k_{slip}P}$ , missä  $G_r(h) = G(h)s_f(S)$ ,

$s_f(S) = \left(\frac{S}{4,7}\right)^{0,3}$  ja  $k_{slip} > 1$  riippuu kontaktipintojen ominaisuuksista. Todellinen

kokoonpuristuma  $\Delta_c$  on suurempi kuin nimellinen,  $\Delta_c > d_c$ . Pitkäaikainen painuma lisätään tähän (taulukko 1). Levyn pystysuora kuormitus rajoitetaan niin, että  $\Delta_c \leq \Delta_{c.lim}$ .

**Taulukko 2:** Kumilevyjen kertoimet  $C_p$  ja  $C_\alpha$

$b_0/a_0$	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	10
$C_p$	4,73	4,28	4,02	3,84	3,70	3,60	3,51	3,45	3,40	3,35	3,32	3,15
$b_0/a_0$	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	2	3	> 3			
$C_\alpha$	0,464	0,471	0,476	0,48	0,483	0,485	0,489	0,49	0,49			

#### 4.1 Kerroin $k_{slip}$

Kumilevyn painuman sanotaan riippuvan kitkasta kontaktipinnoissa. Kitkan suuruuden vaikutusta voidaan tarkastella muuttamalla kertoimen  $k_{slip}$  arvoa. Kitka estää luistamista kontaktipinnoissa, mutta toisaalta selvää osoitusta kitkan suuruuden vaikutuksista ei kuormituskokeissa saatu muuten kuin että:

- Selvästi kitkaton kontakti lisää painumaa huomattavasti. Tällaiseksi katsottiin kumin kontakti työstetyn teräspinnan kanssa.
- Kitkan olemassaolo pienentää painumaa, mutta selvää näyttöä kitkan suuruuteen ei saatu. Kitkallisina pintoina kokeiltiin karheudeltaan P40 ja P80 olevia hiomapaperipintoja ja perforoituja ohutlevypintoja, joiden reikiin kumi voi painua ja joiden pitäisi siten estää liukumista. Kokeiden perusteella ei pystytä päättelemään vaikutuksien eroja.
- Käytettäessä ehdotetun mitoitustavan kohdassa 9 esitetystä painumamallista kerrointa  $k_{slip} = 1,9$ , saadaan koejoukkoon parhaiten yhteensopivat tulokset.

#### 4.2 Kumilevyjen kuormitettavuus ehdotetun mallin mukaan

Ehdotetun mallin mukaan kumilevyn kuormitettavuus  $P_k$  voidaan arvioida ehtojen (e.1) perusteella, kun  $5 \leq a_0/t \leq 20$  ja lisäksi käytetään oletusarvona  $\alpha \geq 0,01$  rad.

$$P_k = \min\{P_{k1}, P_{k2}, P_{k3}\}$$

$$P_{k1} = \frac{2G(h)AS}{1 + 1,7\alpha \frac{a_0}{t}}; \quad P_{k2} = \frac{G(h)A a_0}{C_p t} \left[ 2,5 - 0,5\alpha C_\alpha \left( \frac{a_0}{t} \right)^2 \right]; \quad \alpha \geq 0,01 \quad (\text{e.1})$$

$$P_{k3} = \frac{8\Delta_{c.lim} G_r(h)AS}{(t - 2\Delta_{c.lim})k_{slip}}$$

missä kertoimet  $C_p$  ja  $C_\alpha$  ovat taulukon 2 mukaisia.  $P_{k1}$  rajoittaa kuormitettavuutta painumaehdon  $d_c < 0,15t$  mukaisesti,  $P_{k2}$  määrittelee kuormitettavuutta rajoittamalla leikkausjännityksiä  $\tau_c + \tau_r < 2,5G$  ja  $P_{k3}$  rajoittaa kuormitettavuutta todennäköisen maksimipainuman  $\Delta_{c.lim}$  mukaisesti. Runko-BES ohjeessa on käytetty  $\Delta_{c.lim} = 3$  mm.

On huomattava, että suhteen  $a_0/t$  kasvaessa tarpeeksi,  $P_{k2}$  menee negatiiviseksi, jos  $\alpha = 0,01$  rad. Käytännössä tämä merkitsee sitä, että suhteellisen ohuita levyjä ei voi kuormittaa juuri minkäänlaisella kiertymällä. Kuormassa  $P_{k2}$  on aina mukana kiertymä  $\alpha$  ja kuorma ei todellisuudessa mene negatiiviseksi, jos kiertyminen jää oletettua pienemmäksi tai on nolla (ilman kiertymää jälkimmäinen termi menee nolllaksi).

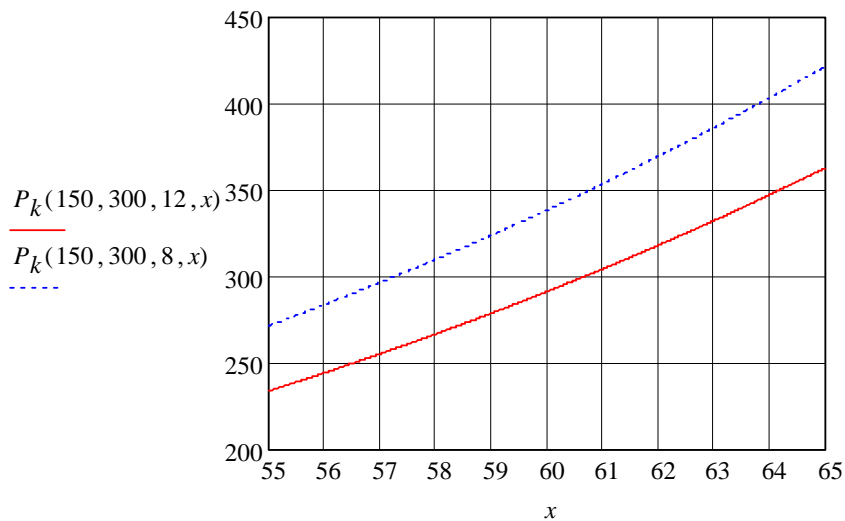
Kuitenkin  $P_{k2}$  lauseke osoittaa, että mitan  $a_0$  kasvaessa suureksi myös paksuuden täytyy kasvaa 8 mm suuremmaksi. Kiertymiskyvyn takaamiseksi levyn hoikkuutta rajoitetaan yleensä ehdon  $5 \leq a_0/t \leq 15 \dots 20$  mukaisesti.  $P_{k2}$ :n lauseketta tutkimalla todetaan, että  $P_{k2}$  menee nolllaan kun  $a_0/t \approx 30$ , eli hoikkuuden  $a_0/t$  rajoittaminen pienemmäksi kuin 20 mahdollistaa kiertymisen järkevissä rajoissa. Jäljempänä osoitetaan, että jos  $P_{k3}$  ei ole rajoittava,  $P_k$ :n maksimi saavutetaan kun  $a_0/t \approx 22$ , mutta jos hoikkuus kasvaa tätä suuremmaksi,  $P_k$ :n arvo pienenee nopeasti.  $P_{k3}$  tulee rajoittavaksi, kun levyn paksuus ylittää 17 mm rajan, jos  $\Delta_{c.lim} = 3$  mm.

$P_{k1}$  ja  $P_{k2}$  lausekkeet ovat suoraan verrannollisia kumin liukukertoimen suuruuteen ja siten kuormitettavuuden  $P_k$  suuruus riippuu suoraan liukukertoimesta.

Esimerkiksi  $h = 60$  ShoreA kumilevyn  $150 \times 300 \times 12$  kuormitettavuus on ehdotetun mallin mukaan  $P_k = 290$  kN. Jos otetaan huomioon, että kumin kovuusvaihtelu on todellisuudessa  $\pm 5$  ShoreA,  $P_k = 233 \dots 362$  kN, kun  $h = 55 \dots 65$  ShoreA (kuva 3). Kovuudesta riippumatta kuormaa  $P_k$  vastaava painuma  $\Delta_c = 2,6$  mm, kun  $k_{slip} = 1,9$ .

Edelleen huomautetaan, että kovuutta 70 ShoreA ei voi käyttää mitoituksen perusteena, koska kumin toimituskovuus on 60 ShoreA ja siinä voi esiintyä yleensä  $\pm 5$  yksikön vaihtelu. Kuvasta 3 näkyy, että kumin kovuuden vaihtelu vaikuttaa huomattavasti kuormitettavuuteen, jos se määritetään yhtälöiden (e.1) mukaisesti. Molemmissa esimerkilevyissä  $150 \times 300 \times 8$  ja  $150 \times 300 \times 12$  kuormaa  $P_k$  vastaava painuma  $\Delta_c = 2,6$  mm.

**Huomautus:** Kaikki jäljempänä laaditut kuormitettavuuskäyrät, joissa käytetään yhtälöitä (e.1) perustuvat oletukseen  $\alpha = 0,01$  rad.

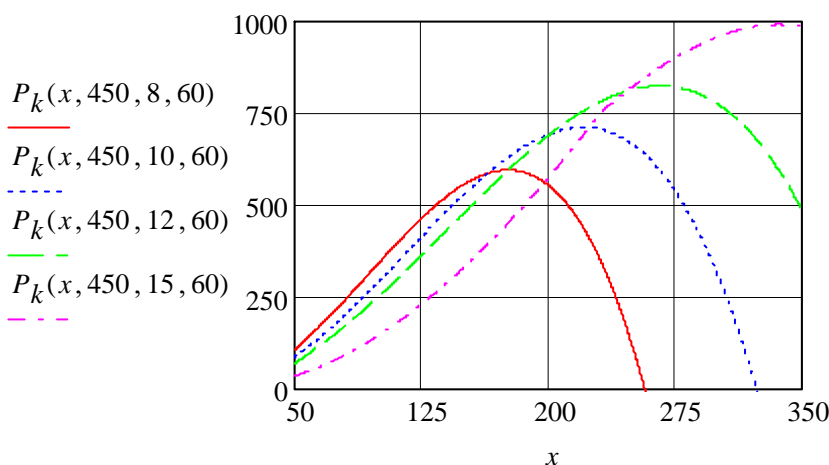


**Kuva 3:** Kahden kumilevyn kuormitettavuus  $P_k$  kumin eri kovuuksilla  $x = 55 \dots 65$ . Levyt ovat  $150 \times 300 \times 8$  (sininen) ja  $150 \times 300 \times 12$  (punainen).

#### 4.3 Kumilevyn muodon vaikutus kuormitettavuuteen $P_k$

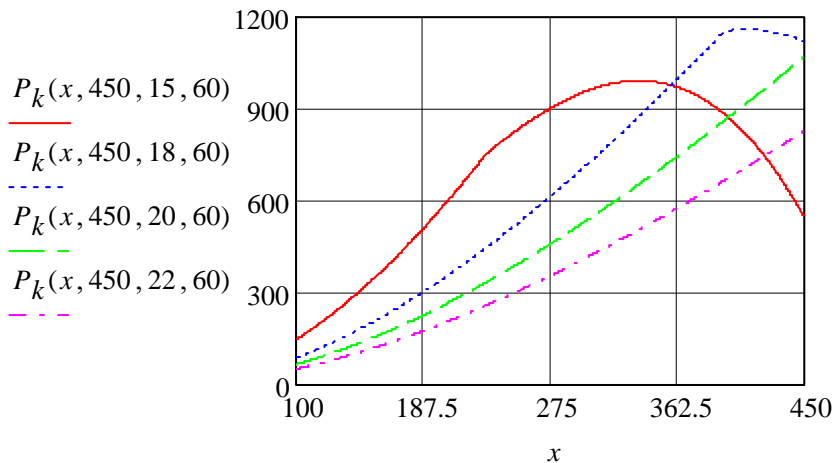
Tarkastellaan seuraavaksi hoikkuuden  $a_0/t$  vaikutusta ehdotetun mallin mukaiseen kuormitettavuuteen  $P_k$ , kun kumin kovuus on 60 ShoreA ja 55 ShoreA.

- Kuva 4: Levyt 60 ShoreA,  $b_0 = 450$ ,  $a_0 = 50 \dots 250$ ,  $t = 8, 10, 12$  ja  $15$  mm
- Kuva 5: Levyt 60 ShoreA,  $b_0 = 450$ ,  $a_0 = 100 \dots 400$ ,  $t = 15, 18, 20$  ja  $22$  mm
- Kuva 6: Levyt 55 ShoreA,  $b_0 = 450$ ,  $a_0 = 50 \dots 250$ ,  $t = 8, 10, 12$  ja  $15$  mm
- Kuva 7: Levyt 55 ShoreA,  $b_0 = 450$ ,  $a_0 = 100 \dots 400$ ,  $t = 15, 18, 20$  ja  $22$  mm



**Kuva 4:**

Eräiden 60 ShoreA kumilevyjen kuormitettavuus yhtälöiden (e.1) mukaisesti laskettuna,  $x$  = levyn pienempi sivumitta.  $b_0 = 450$  mm,  $t = 8, 10, 12$  ja  $15$  mm

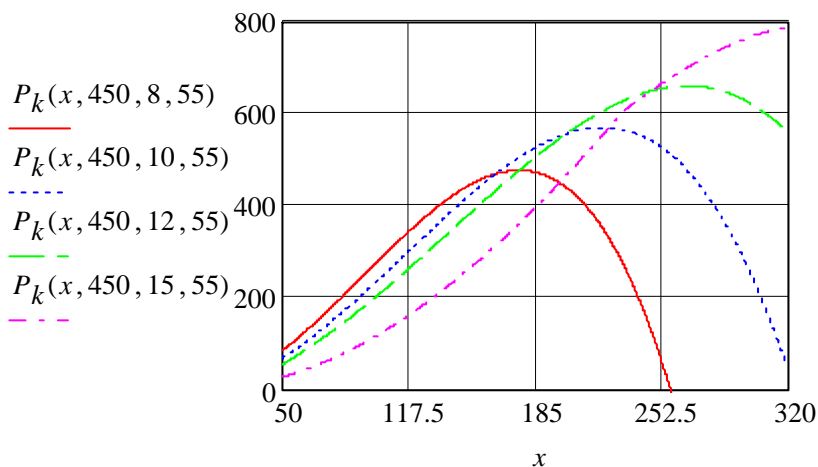


**Kuva 5:**

Eräiden 60 ShoreA kumilevyjen kuormitettavuus yhtälöiden (e.1) mukaisesti laskettuna,  $x$  = levyn pienempi sivumitta.  $b_0 = 450$  mm,  $t = 15, 18, 20$  ja  $22$  mm

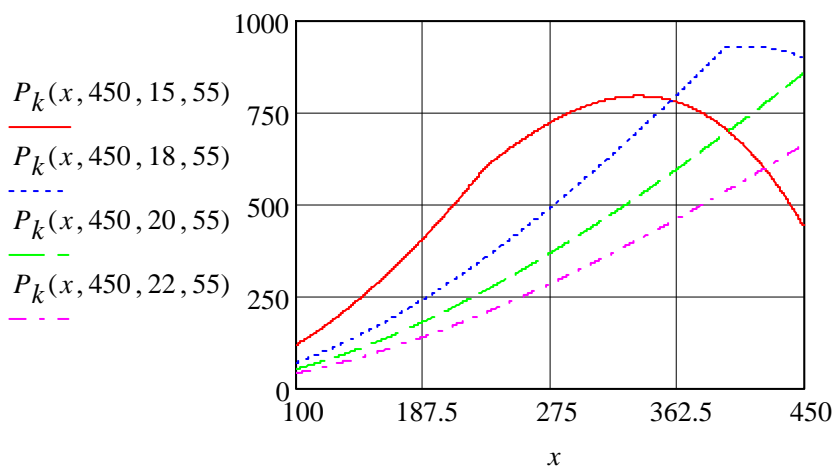
Kaikissa  $P_k$ -käyryissä, joissa painumaehto  $\Delta_c \leq \Delta_{c.lim}$  ei rajoita kuormitettavuutta, huippupiste on likimain suhdetta  $a_0/t = 22$  vastaava. Seuraavan sivun kuvasta 8 näkyy, että  $\Delta_{c.lim} = 3$  mm tulee määräväksi, kun  $t > 17$  mm.

Tämä ehto säätelee kokoonpainuman lisäksi levyn pullistumista (kohta 4.6), joka muodostuu huomattavaksi, ellei kokoonpainumaa rajoiteta.



**Kuva 6:**

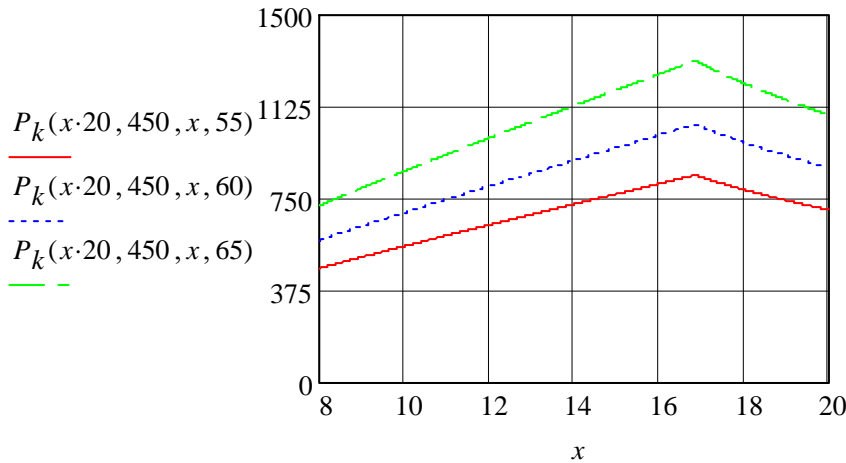
Eräiden 55 ShoreA kumilevyjen kuormitettavuus yhtälöiden (e.1) mukaisesti laskettuna,  $x$  = levyn pienempi sivumitta.  $b_0 = 450$  mm,  $t = 8, 10, 12$  ja  $15$  mm



**Kuva 7:**

Eräiden 55 ShoreA kumilevyjen kuormitettavuus yhtälöiden (e.1) mukaisesti laskettuna,  $x$  = levyn pienempi sivumitta.  $b_0 = 450$  mm,  $t = 15, 18, 20$  ja  $22$  mm



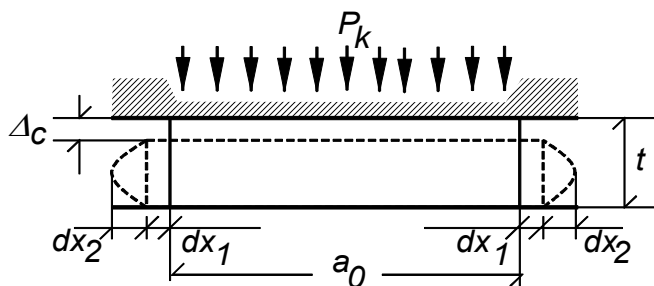


**Kuva 8:**

Kumilevyjen  $a_0 \times 450$  kuormitettavuus, kun  $h = 55, 60$  tai  $65$  ShoreA ja  $a_0 = 20 \times$  levyn paksuus  $x$ .

#### 4.6 Kumilevyjen laajeneminen kuorman $P$ vaikuttaessa

Kumimateriaalien suppeumaluku on likimain  $0,5$ , mikä tarkoittaa että tilavuuskerroin  $K = E/(3 - 6\nu)$  menee äärettömäksi ja kumi käyttäytyy tilavuuden muutoksen suhteen kuten nesteet (tilavuuden muutos  $\approx 0$ ). Tästä seuraa, että kumin painumisesta aiheutuu levyn ulkomittojen huomattava muutos, josta erotetaan kaksi osaa,  $dx_1$  ja  $dx_2$  kuvan 9 mukaisesti.



**Kuva 9:**

Levyn tilavuuden muuttumattomuudesta aiheutuvat deformaatiot (laajeneminen) ovat suurimpia pienemmän sivumitan  $a_0$  suunnassa, eli pitemmät sivut  $b_0$  pullistuvat  $dx_1 + dx_2$  verran

Laajeneminen on suurinta levyn pienemmän sivumitan suunnassa ( $= dx_1 + dx_2$ ). Jotta  $dx_1$  (= levyn pienemmän sivumitan muutos) ja  $dx_2$  (= pullistuma levyn keskitasossa pienemmän sivumitan suunnassa) voidaan arvioida, laajenemisen oletetaan tapahtuvan seuraavasti:

- $a_0 \rightarrow a_0 + 2(dx_1 + dx_2) = a_0 + 2sb$
- $b_0 \rightarrow b_0 + 2(dx_1 + dx_2)(a_0/b_0) = b_0 + 2sb(a_0/b_0)$
- missä  $sb = dx_1 + dx_2$  ( $sb = slip + bulging =$  luistaminen + pullistuma)

Pullistuma  $dx_2$  ratkaistaan leikkausmuodonmuutoksen  $\gamma_c$  perusteella:

$$dx_2 = \frac{t}{4} \gamma_c = C_p \frac{P}{b_0 G} \left( \frac{t}{a_0} \right)^2$$

Varsinainen sivun pituuden muutos  $dx_1$  ratkaistaan tilavuuden muuttumattomuuden perusteella, kun levyn painuma on  $\Delta_c$ . Tämä merkitsee toisen asteen yhtälön ratkaisemista  $dx_1$ :n suhteen:

$$4a_0 dx_1^2 + \left( 2a_0^2 + 2b_0^2 + \frac{8}{3} dx_2 (a_0 + b_0) \right) dx_1 + \frac{4}{3} dx_2 b_0 (a_0 + b_0) - a_0 b_0^2 \frac{\Delta_c}{t - \Delta_c} = 0$$

missä  $\Delta_c$  arvioidaan lausekkeesta  $\Delta_c = \frac{tk_{slip}P}{8G_r(h)AS + 2k_{slip}P}$ .

Suurempi sivumitan kokonaismuutos tapahtuu lyhyemmän sivun suunnassa, esimerkiksi 60 ShoreA levyn  $100 \times 300 \times 8$  kuormitettavuus on  $P_k = 210$  kN ja tätä vastaavat deformaatiot  $\Delta_c$ ,  $dx_1$ ,  $dx_2$  ja  $sb$  ovat:

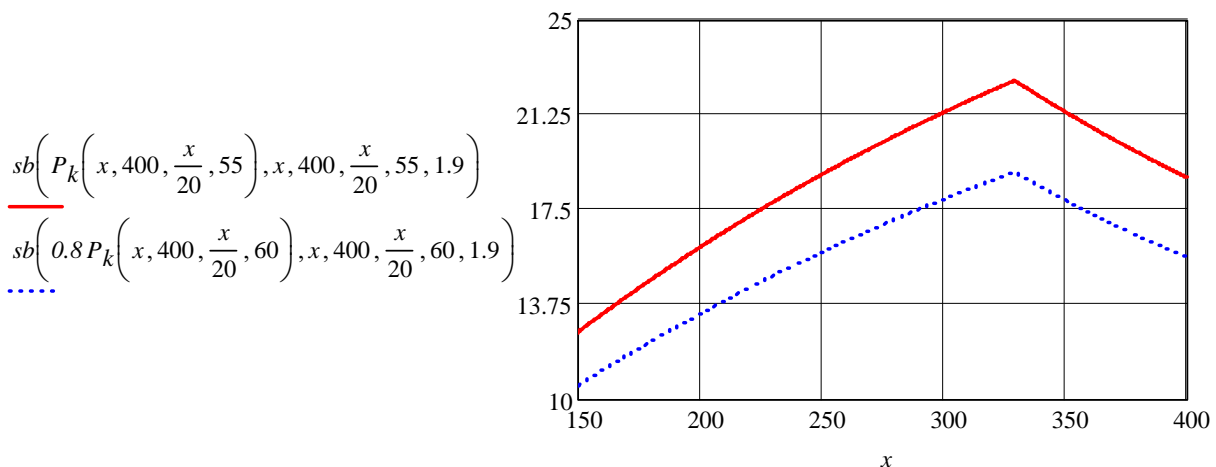
$$\text{kun } k_{slip} = 1,9: \begin{cases} \Delta_c = 1,7 \text{ mm} \\ dx_1 = 8,2 \text{ mm} \\ dx_2 = 4,2 \text{ mm} \\ sb = 12,4 \text{ mm} \end{cases} \text{ ja kun } k_{slip} = 1,0: \begin{cases} \Delta_c = 1,1 \text{ mm} \\ dx_1 = 3,7 \text{ mm} \\ dx_2 = 4,2 \text{ mm} \\ sb = 7,9 \text{ mm} \end{cases}$$

Todellinen laajeneminen yhdellä reunalla on koekuormitetuissa levyissä osoitettujen rajojen välissä, mutta lähempänä ensin mainittuja arvoja ja tämän perusteella levyn mitoituksessa tulee käyttää suurempaa arviota.

$sb$ :n numeerinen tarkastelu osoittaa, että maksimikuormaa  $P_k$  vastaava laajeneminen on sama kumin kovuudesta riippumatta, ts. vaikka  $P_k$  pienenee kumin kovuuden pienentyessä, laajeneminen säilyy samana. Eri kumin kovuuksia vastaavien kuormien suhde on sama kuin kumin liukukertoimien suhde:

$$\frac{P_k(h_1)}{P_k(h_2)} = \frac{G(h_1)}{G(h_2)} = 1,045^{(h_1-h_2)}, \text{ esim. } \frac{P_k(55)}{P_k(60)} = 1,045^{-5} = 0,8$$

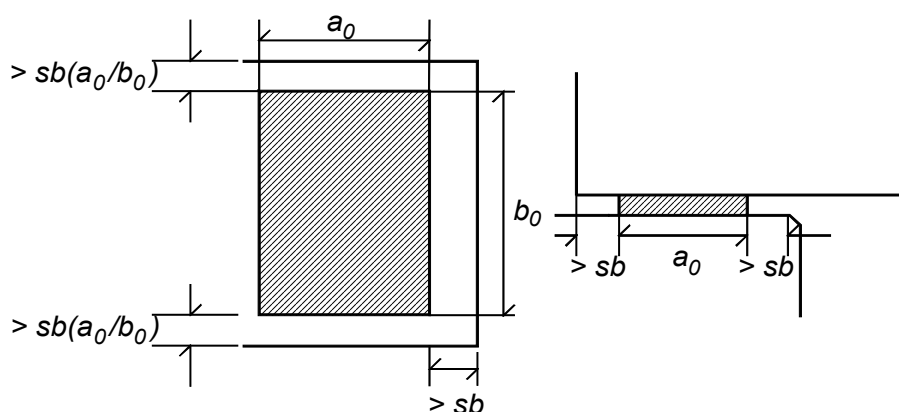
Tämä näkyy myös seuraavasta kuvasta 10. Vaaka-akselilla on levyn pienempi sivumitta ja levyn paksuus on  $t =$  pienempi sivumitta jaettuna 20:lla. Painumaehto tulee määrääväksi kun  $t > 16,5$  mm, eli kun levyn pienempi sivumitta on  $20 \times 16,5 = 330$  mm. Laajeneminen  $sb$  kasvaisi rajoituksetta, ellei painumaa  $\Delta_c$  rajoiteta.



**Kuva 10:** Kumilevyn laajeneminen  $sb$  kuormitettaessa kahta kovuutta 55 ja 60 ShoreA olevia kumilevyjä samalla kuormalla.  $P_k(55)/P_k(60) = 0,8$ .  $x =$  levyn pienempi sivumitta ja levyn paksuus  $t = x/20$ .

Kuva 10 osoittaa, että laajenema  $sb$  yhdellä sivulla on suurimmillaan noin 22 mm, kun levyn pienempi sivumitta kasvaa. Jotta kumilevy pysyy kuormittavien pintojen välissä kokonaan, etäisyys levyn reunasta pilarin reunaan täytyy olla vähintään  $sb$  ja levyn leveys  $b_0 < \text{pilarin sivumitta} - 2sb$  mm. On kuitenkin syytä, joiden vuoksi mitta  $sb$  ei ole riittävä nimellisetäisyydeksi kumilevyn reunasta tukirakenteen reunaan ja betonipeitteen suuruus  $c_{nom}$  on parempi valinta (kohta 5.4, kuva 12).

Ohuiden levyjen (esim.  $t = 8$  mm) tapauksessa laajenema  $sb$  ei ole kovin suuri, mutta tuen kiertyessä jompaankumpaan suuntaan levyn eniten puristuva reuna kuormittaa tukirakenteen betonia suojabetonipaksuuden ulkopuolelta, jossa betoni on raudoittamaton ja voi lohjeta paikallisesti. Tämä voidaan ottaa huomioon käyttämällä etäisyytenä levyn reunasta tukirakenteen reunaan suojabetonin paksuutta  $c_{nom}$ .



**Kuva 11:**  
Kumilevyn  
enimmäismitat  
pilarin poikki-  
leikkauksen  
kokoon  
verrattuna

## 5 YHTEENVETO

Kaavat (e.1) perustuvat lähteissä [2 - 6] esitettyihin taustatietoihin. Runko-BES [7] pohjautuu osittain samoihin lähteisiin, mutta tämän selvityksen puitteissa ei ole ollut mahdollista löytää sen lähteenä ollutta Ruotsin tie- ja vesirakennushallituksen menetelmää käsittelevää aineistoa.

### 5.1 Kumilevyn kuormitettavuuden vaikuttavat tekijät

Suoritetun selvityksen mukaan kumilevyn kuormitettavuuden vaikuttavat kolme yhtälöiden (e.1) rajakuormaa  $P_{k1}$ ,  $P_{k2}$  ja  $P_{k3}$ , joista:

- $P_{k1}$  varmistaa, että levyn nimellinen keskimääräinen puristuma on enintään 15 %, mutta kyseinen puristuma ei ole todellinen. Lisäksi ehto rajoittaa tuella tapahtuvan rakenteen kiertymän 0,01 radiaaniin.
- $P_{k2}$  varmistaa, että levyssä pystysuorasta kuormasta ja tuen kiertymästä syntyvät leikkausjännitykset toteuttavat ehdon  $\tau_c + \tau_r \leq 2,5G$ .
- $P_{k3}$  rajoittaa levyn kokonaispainuman enintään 3 mm arvoon.  $P_{k3}$  lausekkeesta näkyy, että ehdolla on merkitystä vain  $t > 6$  mm tapauksissa. Lausekkeen nimittäjä menee nolllaksi, kun  $t = 6$  mm, jos painumarajana pidetään 3 mm.

## 5.2 Levyn paksuuden vaikutus

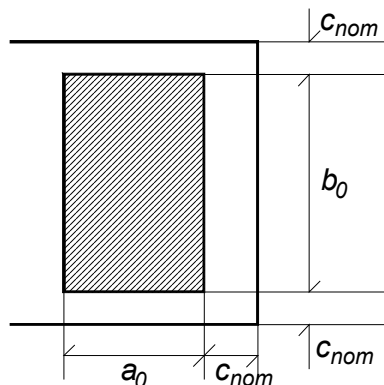
Levyn paksuutta ei tule valita pienemmäksi kuin 6 mm, vaikka kaavat osoittaisivat, että ohuemmalla levyllä saataisiin suurempi kuormitettavuus. Levyjen muoto vaikuttaa selvästi kuormitettavuuteen ja paksuus alkaa rajoittaa kuormitettavuutta, kun  $t \geq 16$  mm. Paksuusraja on riippuvainen levyn suurimmasta sallitusta painumasta, joksi on valittu 3 mm. Tämän perusteella raudoittamattomien levyjen käyttöalue rajoittuu levyihin  $t < 16$  mm.

Liitteessä A esitetään käyrinä erilaisten levyjen kuormitettavuuksia, kun kumin kovuuden oletetaan olevan  $h = 55, 60$  tai  $65$  ShoreA. Käyristä näkyy, että levyn paksuus  $t = 8$  mm ei ole aina soveltuvin ja toisaalta levyissä, joiden  $t > 8$  mm, muoto vaikuttaa kuormitettavuuteen eri tavoin.

## 5.3 Kumin kovuuden vaihtelu ja sen vaikutus suunnitteluun

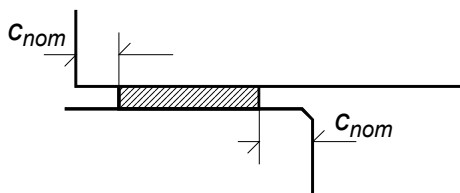
Kumilevyn toimittajat ilmoittavat kumin toimituskovuudeksi  $60$  ShoreA, mutta on huomattava, että samalla ilmoitetaan kovuuden voivan vaihdella  $\pm 5$  ShoreA, eli käytännössä kovuus voi olla  $55$  ShoreA. Epäedullisia vaikutuksia tarkasteltaessa on silloin syytä käyttää suunnittelukovuutena ko. alarajaa, koska kumilevyn toimittaja ei takaa, että ilmoitettua nimelliskovuutta ei aliteta.

## 5.4 Kumilevyn laajenemisen huomioon ottaminen



**Kuva 12:**

Levyn nimelliskokoa  $a_0 \times b_0$  suunniteltaessa otetaan huomioon levyn laajeneminen siten, että levyn reuna jää tukipinnan reunan sisäpuolelle tukirakenteen suojabetonin  $c_{nom}$  verran



Kohdassa 4.6 arvioidaan kumilevyn puristumisen aiheuttaman sivuille laajenemisen suuruuksia, jotka ovat suurimmillaan n. 25 mm, kun kumilevyn paksuus on enintään 15 mm.

Tätä ei tule pitää riittävänä reunaetäisyytenä tukialueen reunaan. Käytännössä voi esiintyä tilanteita, joissa tuettavan rakenteen pää kuormittaa levyn reunaa paikallisesti raudoituksen suojabetonin ulkopuolelta niin, että syntyy reunan lohkeama. Tällainen tilanne on todennäköinen erityisesti ohuita levyjä käytettäessä. Reunan lohkeamisen välttämiseksi käytetään reunaetäisyytenä tukevan rakenteen

suojabetonin nimellispaksuutta  $c_{nom}$ . Jos levy on neliön muotoinen ( $a_0 = b_0$ ), sama reunaetäisyys tarvitaan jokaisella sivulla.

## 5.5 Levyn paikallaan pysymisen varmistaminen

Levyn paikallaan pysyminen on varmistettava, jotta levy ei liiku vähitellen tukipintojen välissä. Kitkan riittävyys estämään vaakavoiman  $H_k$  aiheuttama merkittävä liukuma kontaktipinnoissa tarkistetaan tukeutuvan rakenteen oman painon ominais-tukireaktion  $P_{gk}$  perusteella. Oma paino riittää estämään vaakavoiman aiheuttaman liukuman, kun  $P_{gk} \geq 7H_k - 4GA$  tai  $H_k \leq (P_{gk} + 4GA)/7$  ja aina  $H_k \leq 0,4P_{gk}$ .

Ehto tarkoittaa yksinkertaisesti, että  $H_k \leq \mu(P_{gk})P_{gk}$ , missä kitkakerroin  $\mu$  on levyä puristavan kuorman  $P$  funktio. Kitkakerroin pienenee kuorman kasvaessa ja voidaan esittää kuorman funktiona muodossa  $\mu(P) = \frac{1}{7} \left( 1 + 4 \frac{GA}{P} \right)$  mutta aina  $\mu \leq 0,4$ .

Vaakavoimana  $H_k$  otetaan huomioon seuraavat vaikutukset:

- Tuettavan rakenneosan kutistuman ja viruman aiheuttamat vaikutukset. Kutistumaa ja virumaa tarkastellaan rakenneosan asentamisesta muodonmuutosten loppuarvoihin.
- Asennustilanteen ja käyttöolosuhteiden välisestä lämpötilaerosta aiheutuva vaakavoima. Lämpötilaerona voidaan käyttää  $+40$  °C, ellei rakennuksen erikoiskäyttö edellytä tällaisesta poikkeavaa arvoa.
- Tuulikuorman vaikutukset. Jos rakennuksen ulkovaippaan vaikuttava tuulikuorma voi välittyä laakereille, sen täydestä ominaisvaikutuksesta otetaan huomioon 75 %. Tämä pienennys vastaa keskimääräisen (vaikutusaika 10 min) ja puuskanopeuspaineen (vaikutusaika 3 s) suhdetta [18, 19]. Tuulikuormaa ei tarvitse ottaa huomioon laakereihin kohdistuvana kuormana, kun on osoitettu, että kuorma voi välittyä muuten kuin laakerin välityksellä (esimerkiksi välipohjarakenteissa).

## 5.6 Kumilevyjen kuormitettavuus ja laajeneminen, liite A

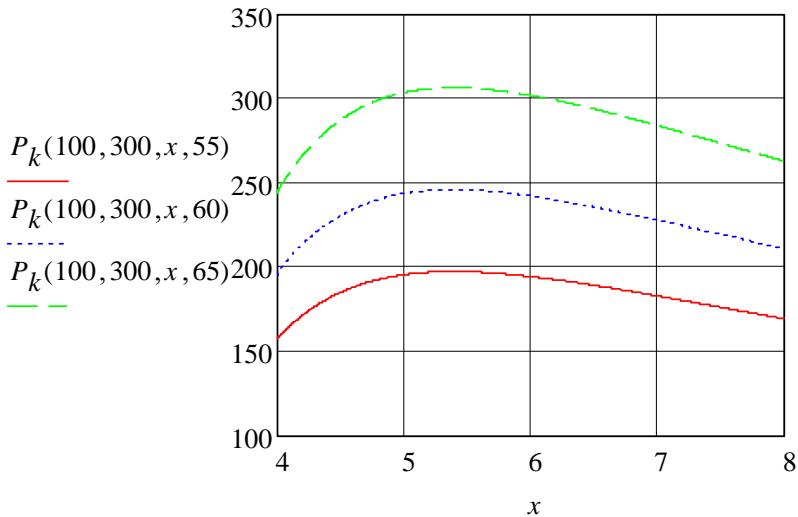
Liitteessä A esitetään käytetyn teorian perusteella laskettuja kumilevyjen kuormitettavuuksia,  $P_k$  [kN], kun levyn paksuus  $x$  vaihtelee. Laaditut käyrät on laskettu kolmea kumin oletuskovuutta vastaavasti. Alimmat käyrät vastaavat kovuutta 55 Shore A ja ylimmät kovuutta 65. Käyrät osoittavat, kuinka paljon kovuuden vaihtelu  $60 \pm 5$  Shore A vaikuttaa ominaisuuksiin.

## LÄHDEKIRJALLISUUS

- [1] Davey, A.B. and Payne, A.R., Rubber in Engineering Practice. Applied Science Publishers Ltd, London 1964
- [2] Charles Rejcha, Design of Elastomer Bearings. PCI Journal Vol 9, No 2 1964, 62 - 78
- [3] C.W. Roeder - J.F. Stanton: Elastomeric Bearings: State-of-the-Art ASCE Journal of Structural Engineering Vol 109, No 12 Dec 1983 paper 18740
- [4] H. Menderes, A.W. Konter: Advanced FE analysis of elastomeric automobile components under realistic loading conditions. Constitutive Models for Rubber, Eds. Dorfmann & Muhr 1999. Balkema Rotterdam, ISBN 90 5809 113 9
- [5] Roeder, C.W., Stanton, J.F. and Taylor, A.W., Performance of Elastomeric Bearings. National Cooperative Highway Research Program Report 298. Transportation Research Board, National Research Council, October 1987
- [6] Stanton, J.F. and Roeder, C.W., Elastomeric Bearings Design, Construction and Materials. National Cooperative Highway Research Program Report 248. Transportation Research Board, National Research Council, August 1982
- [7] Runko-BES: Julkaisu 7, Liitokset. Suomen Betoniteollisuuden Keskusjärjestö 1988
- [8] Gent, A.N., On the Relation between Indentation Hardness and Young's Modulus. Transactions of the Institution of the Rubber Industry, Vol. 34, No 2 1958
- [9] Lindley, P.B., Engineering Design with Natural Rubber. MR Technical Bulletins, MRPPA 1978
- [10] Brielmaier, A.A. and Hoblitzell, J.R., Neoprene Bearing Pads under Repeated Compression and Shear. Highway Research Record 253 1968
- [11] Gent, A.N., Load-Deflection Relations and Surface Strain Distributions for Flat Rubber Pads. Rubber Chemical Technology, Vol. 31 1958
- [12] Puso, M., Mechanistic Constitutive Models for Rubber Elasticity and Viscoelasticity. University of California, Davis. USA 2003. UCRL-ID-151578
- [13] Bridge Bearings. Indian Railways Institute of Civil Engineering. March 2006. PUNE 411001.
- [14] Elastomeric Bearing Pads and Strips. Trelleborg esite. Trelleborg Queensland Rubber Pty Ltd. Australia
- [15] Calenberg Compression Bearing: Unreinforced Elastomer Bearing. Esite PB 11, Calenberg Ingenieure GmbH
- [16] Calenberg Compact Bearing S70: Product Information. Calenberg Ingenieure GmbH
- [17] GUMBA Bridge Bearings. Esite Gumba GmbH, Saksa
- [18] SFS-EN 1991-1-4. Rakennusten kuormat. Yleiset kuormat. Osa 1-4:Tuulikuormat. SFS 2005
- [19] Agustsson, H. ja Olafsson, H., Gust factors. University of Iceland, Icelandic Meteorological Office.

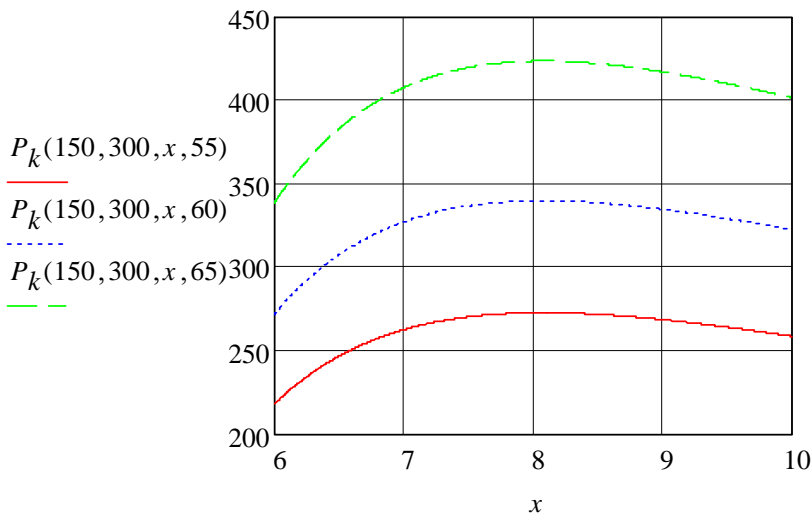
**Liite A: RAUDOITTAMATTOMIEN KUMILEVYJEN KUORMITETTAVUUS JA LAAJENEMINEN**

**A.1 Kuormitettavuuskäyrät,  $P_k$  = kumilevyn ominaiskuorma [kN]**



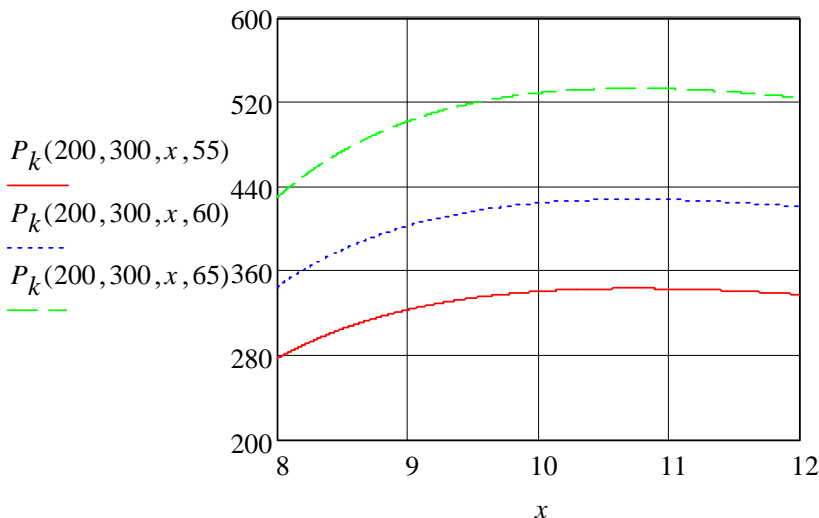
**Kuva A.1**

Levyn  $100 \times 300$  kuormitettavuus, kun levyn paksuus  $4 \text{ mm} \leq x \leq 8 \text{ mm}$



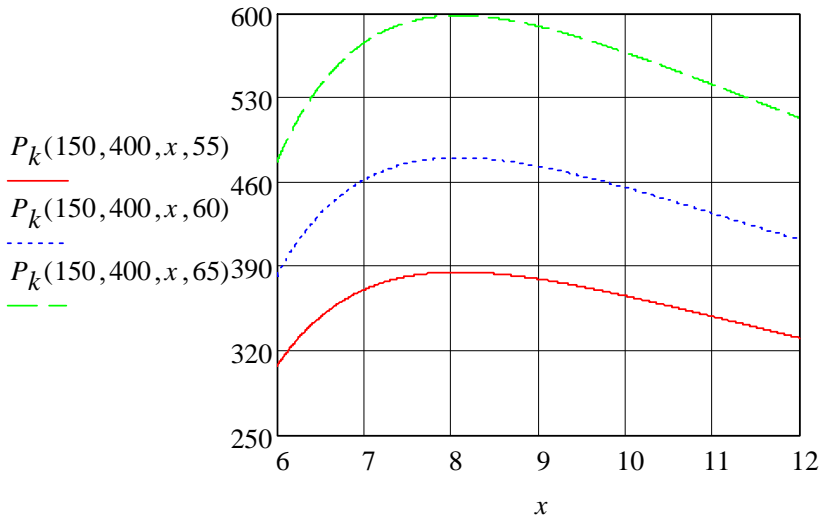
**Kuva A.2**

Levyn  $150 \times 300$  kuormitettavuus, kun levyn paksuus  $6 \text{ mm} \leq x \leq 10 \text{ mm}$



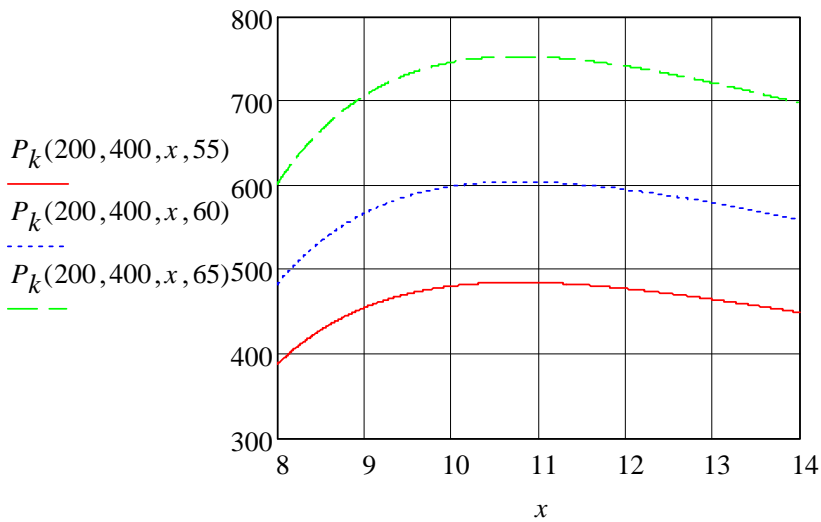
**Kuva A.3**

Levyn  $200 \times 300$  kuormitettavuus, kun levyn paksuus  $8 \text{ mm} \leq x \leq 12 \text{ mm}$



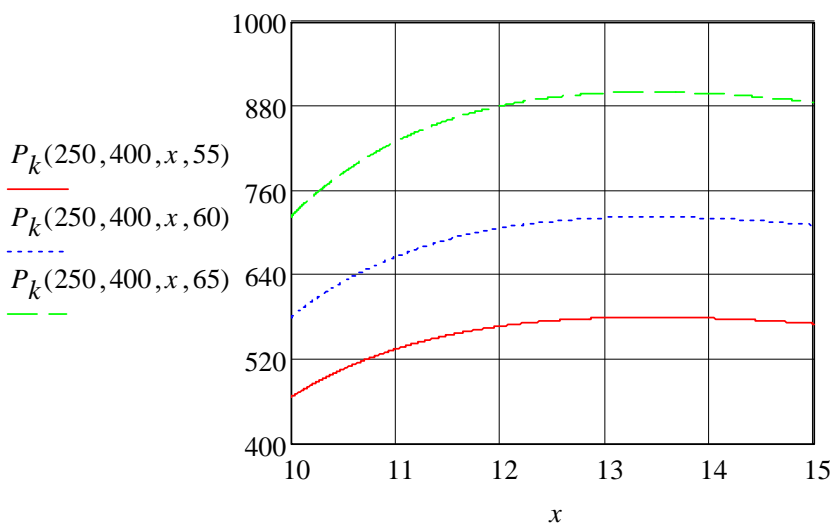
**Kuva A.4**

Levyn  $150 \times 400$  kuormitettavuus, kun levyn paksuus  $6 \text{ mm} \leq x \leq 12 \text{ mm}$



**Kuva A.5**

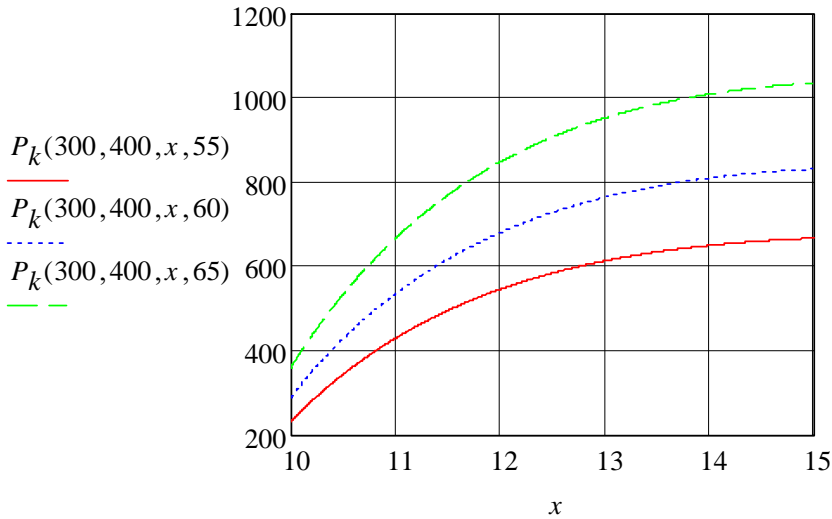
Levyn  $200 \times 400$  kuormitettavuus, kun levyn paksuus  $8 \text{ mm} \leq x \leq 14 \text{ mm}$



**Kuva A.6**

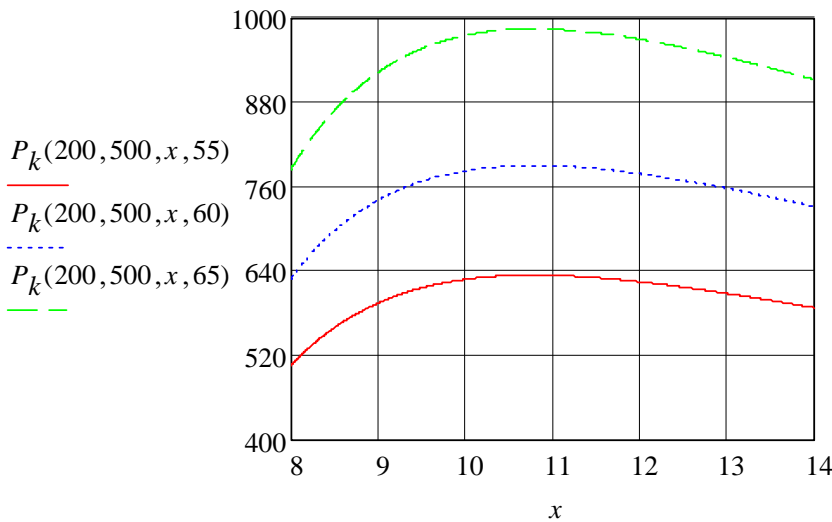
Levyn  $250 \times 400$  kuormitettavuus, kun levyn paksuus  $10 \text{ mm} \leq x \leq 15 \text{ mm}$





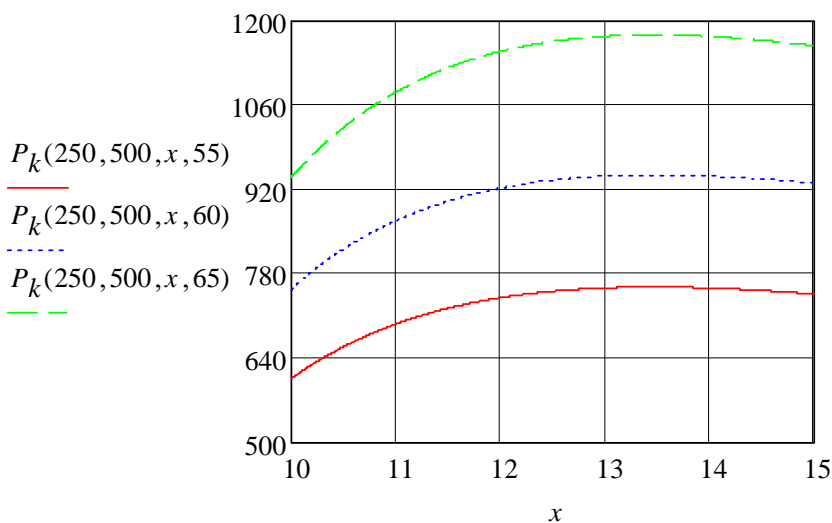
**Kuva A.7**

Levyn  $300 \times 400$   
kuormitettavuus,  
kun levyn paksuus  
 $10 \text{ mm} \leq x \leq 15 \text{ mm}$



**Kuva A.8**

Levyn  $200 \times 500$   
kuormitettavuus,  
kun levyn paksuus  
 $8 \text{ mm} \leq x \leq 14 \text{ mm}$

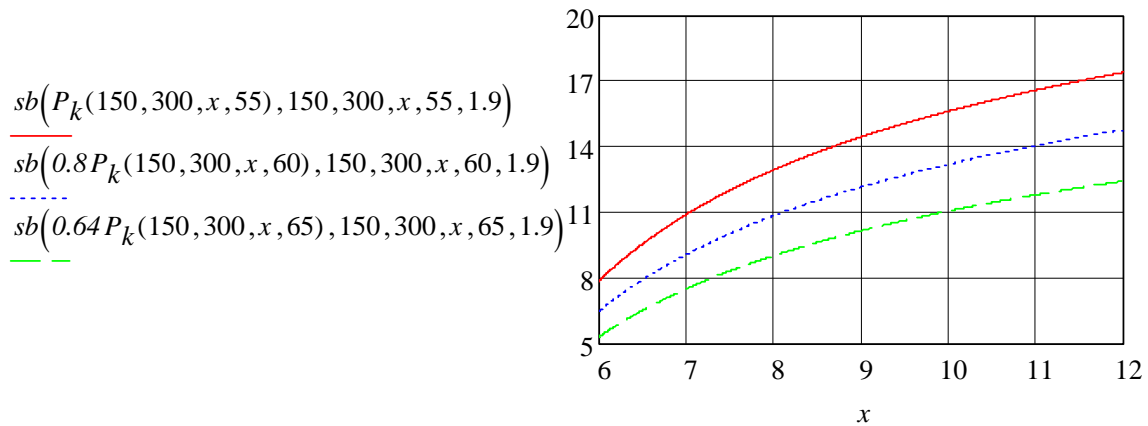


**Kuva A.9**

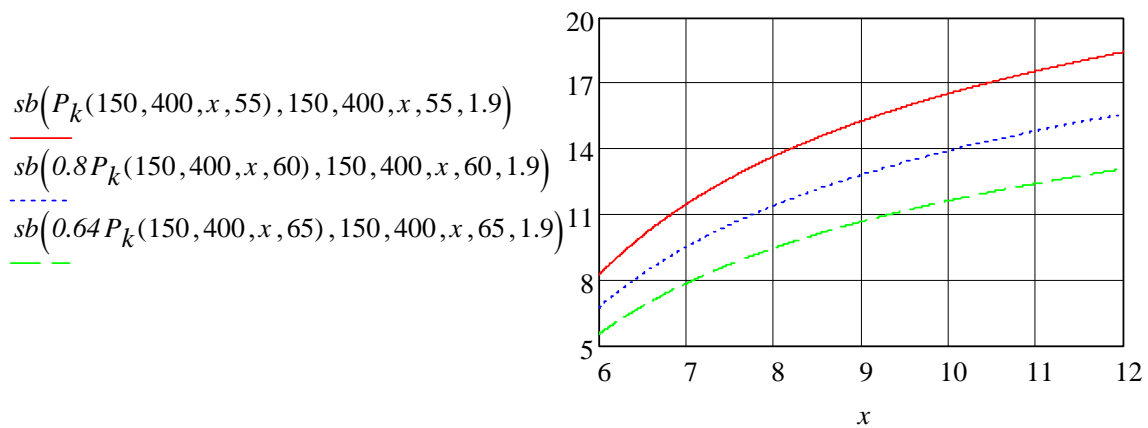
Levyn  $250 \times 500$   
kuormitettavuus,  
kun levyn paksuus  
 $10 \text{ mm} \leq x \leq 15 \text{ mm}$

## A.2 Kumilevyjen laajeneminen

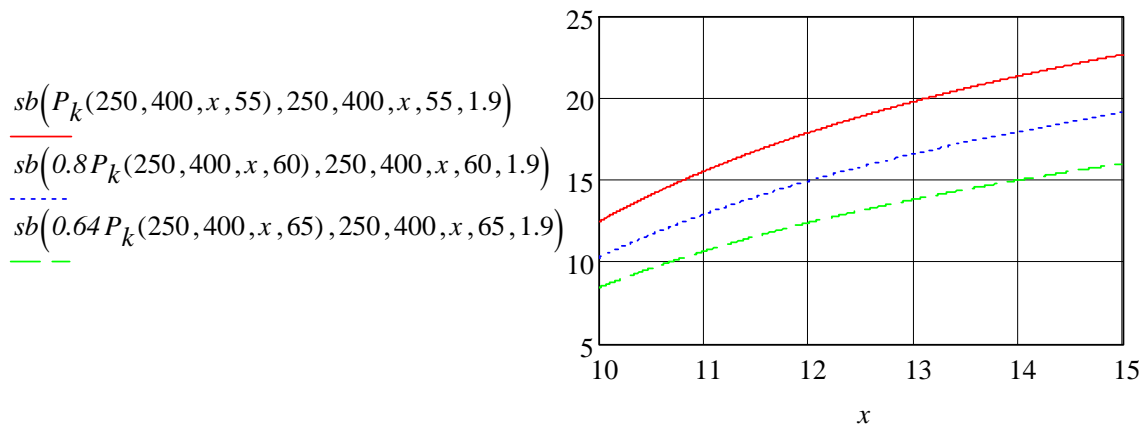
Kuvien A.10 ... A.13 perusteella kumilevyjen laajeneminen (=  $sb$  pystyakselilla) on enintään 25 mm yhdellä levyn sivulla, kun levyä kuormitetaan yhtälöiden (e.1) mukaan lasketulla suurimmalla kuormalla. Kuvissa esitetään kolme samaa kuormaa, mutta eri kovuutta vastaavaa käyrää. Kuvissa  $x$  = kumilevyn paksuus.



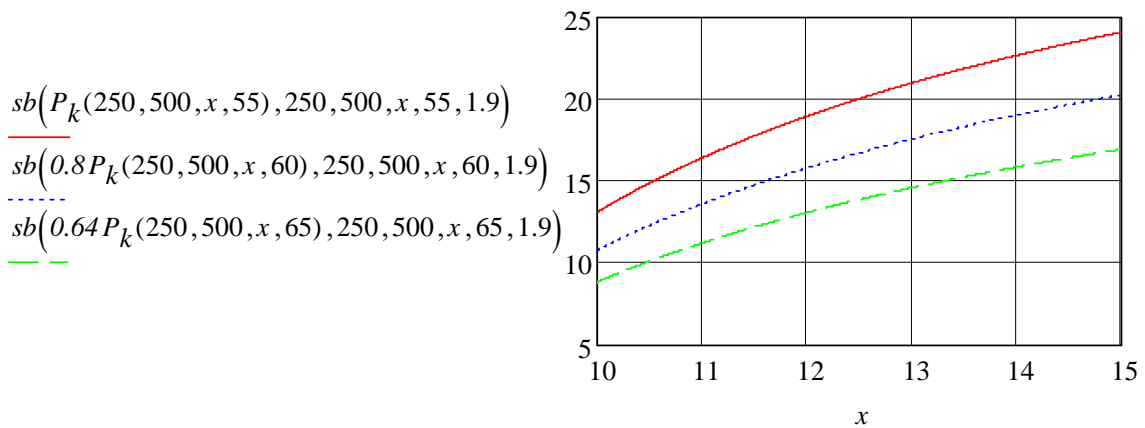
**Kuva A.10** Kumilevyn 150 x 300 laajeneminen (mm), kun kuormana on 55 ShoreA kovuutta vastaava yhtälöiden (e.1) mukainen levyn sallittu kuorma



**Kuva A.11** Kumilevyn 150 x 400 laajeneminen (mm), kun kuormana on 55 ShoreA kovuutta vastaava yhtälöiden (e.1) mukainen levyn sallittu kuorma



**Kuva A.12** Kumilevyn 250 x 400 laajeneminen (mm), kun kuormana on 55 ShoreA kovuutta vastaava yhtälöiden (e.1) mukainen levyn sallittu kuorma.



**Kuva A.13** Kumilevyn 250 x 500 laajeneminen (mm), kun kuormana on 55 ShoreA kovuutta vastaava yhtälöiden (e.1) mukainen levyn sallittu kuorma.